Aritmetički i geometrijski niz
Vrsta: Seminarski | Broj strana: 18 | Nivo: Matematicki fakultet Beograd

ˇ SADRZAJ

2

1.UVOD

Bilo koje preslikavanje skupa svih prirodnih brojeva N u neki neprazan skup S naziva se niz (elemenata skupa S). Drugim reˇima, niz je preslikavanje c kojim se: prirodnom broju 1 dodeljuje njegova slika a1 ∈ S, prirodnom broju 2 dodeljuje njegova slika a2 ∈ S, ... n an ∈ S, Uobiˇajeno je da se niz predstavlja samo svojim slikama, i to u obliku: c (a1 , a2 , ..., an , ...) ili kra´e (an). c Za element an (koji je slika broja n) ˇesto se kaˇe da je opˇti ˇlan niza c z s c (an) = (a1 , a2 , ..., an , ...). Napomena: Podsetimo se pojma uredenog para ili uredene dvojke(a1 , a2). To je skup od dva elemenata a1 , a2 , pri ˇemu se uzima u obzir koji je elec ment prvi, a koji drugi. Zbog toga je, u opˇtem sluˇaju, (a1 , a2) = (a2 , a1), s c dok je uvek a1 , a2 = a2 , a1 . Sliˇno, uredena trojka (a1 , a2 , a3) je troˇlani c c skup, pri ˇemu se uzima u obzir koji je element prvi, koji drugi, a koji c tre´i, U vezi sa tim, niz (a1 , a2 , . . . , an , . . .) moˇemo shvatiti i kao uredenu c z ”beskonaˇnotorku.” c Specijalno, u sluˇaju S = R, preslikavanje skupa N u skup svih realnih c brojeva R naziva se realni niz i mi ´emo uglavnom razmatrati takve nizove. c

3

1.1.Osnovni pojmovi

je niz donjih decimalnih aproksimacija (pribliˇnih vrednosti) nenegativnog z broja a; U isto vreme a0 , a1 + 1 1 1 ; a0 , a1 a2 + 2 ; a0 , a1 a2 . . . an + n ; . . . 10 10 10
an
a1 a2 0 1 2 n
5

Zahvaljuju´i, medutim, tome da su prve kordinate taˇaka na grafiku niza c c (an) uvek iste (tj. redom 1, 2, 3, . . . , n, . . .), to se dovoljno dobra geometrijska interpretacija niza moˇe dobiti i isticanjem, samo na jednoj brojnoj z osi, vrednosti an (n = 1, 2, 3, . . .) (tj. ordinate taˇaka na grafiku niza (an)). c Takav postupak je ˇeˇ´i u praksi i prikazan je na slici 2. Radi razlikovanja, c sc ovako dobijen skup taˇaka zva´emo ”grafikom”. c c
a2 0 a1 an
a3

1.2.Osnovne osobine nizova

S obzirom na to da su nizovi jedna vrsta funkcija, to se mnogi pojmovi i osobine uvedeni i prouˇavani kod funkcija uopˇte mogu posmatrati i kod c s nizova posebno. Ovde ´emo apostrofirati dve od tih osobina koje su od c izuzetnog znaˇaja i po sebi, a i za dalje izlaganje. Reˇ je pri ovome o svoc c jstvima monotonosti i ograniˇenosti nizova. Iz definicije rastuju´e funkcije c c uopˇte, sledi da je niz (an) rastuju´i ako i samo ako (∀m, n ∈ N)(m > n ⇒ s c am > an). Lako je, medutim videti da je poslednji uslov ispunjen ako je (∀n ∈ N)(an=1 > an), odnosno ako (i samo ako) je a1 < a2 < a3 < . . . < an < an+1 < . . . Ako u predhodnim nejednakostima medu ˇlanovima niza c < zamenimo sa ≤ , dobijamo definiciju neopadaju´eg niza (an). Kada c ˇelimo da uprostimo izlaganje, rastuju´i niz moˇemo oznaˇiti sa (an) ↑ . z c z c Postupaju´i na sliˇan naˇin, dolazimo do definicije opadaju´eg niza (an) (tj. c c c c niza (an) sa osobinom a1 > a2 > a3 > . . . > an > an+1 > . . .), u oznaci (an) ↓, odnosno do definicije nerastuju´eg niza (an) (tj. niza (an) sa osobic nom a1 ≥ a2 ≥ a3 ≥ . . . ≥ an ≥ an+1 ≥ . . . .) Rastu´i, neopadaju´i, opadaju´i i nerastu´i nizovi jednim imenom nazic c c vaju se monotonim nizovima, pri ˇemu se za rastu´e i opadaju´e nizove kaˇe c c c z da su strogo monotoni nizovi. Grafik rastuju´eg niza (an) je c skup taˇaka c ˇije c ordinate rastu sa rastom apcisa. Ukoliko se niz (an) interpretira na brojevnoj osi, 6